



# Operações Aritméticas

Pixel a Pixel

# Operações Aritméticas

---

- Como imagens são entes matemáticos e podem ser manipulados numericamente, utilizando operações lógicas e aritméticas.
- Estas operações podem ser realizadas pixel a pixel ou orientadas pela vizinhança.
- Por ora vamos estudar o caso pixel a pixel. Esta operação pode ser descrita por:

$$\mathbf{X} \text{ opn } \mathbf{Y} = \mathbf{Z}$$

- onde  $\mathbf{X}$  e  $\mathbf{Y}$  podem ser imagens (matrizes) ou escalares e  $\mathbf{Z}$  é obrigatoriamente uma matriz. **opn** é um operador aritmético (+, -,  $\times$ , /) ou lógicos (**AND**, **OR**, **XOR**, **NOT**).

# Operações Aritméticas

---

- Sejam duas imagens  $X$  e  $Y$  de igual tamanho. Estas imagens podem ser processadas pixel a pixel, isto é, o processamento é feito sequencialmente em cada um dos pixels das duas imagens. Esta operação ou processamento é realizada através de um operador lógico ou aritmético, produzindo uma terceira imagem  $Z$ , cujos elementos resultantes correspondem a cada  $X$  opn  $Y$  para cada elemento de  $X$  e  $Y$  (onde  $m$  e  $n$  são sempre iguais):

$$\mathbf{X_{11} \text{ opn } Y_{11} = Z_{11}}$$

$$\mathbf{X_{12} \text{ opn } Y_{12} = Z_{12}}$$

·  
·  
·

$$\mathbf{X_{mn} \text{ opn } Y_{mn} = Z_{mn}}$$

**opn**

**X**

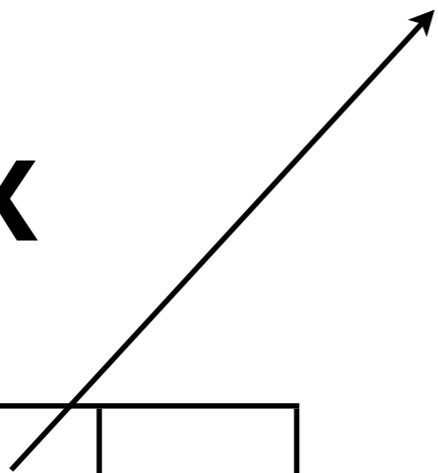

**Y**


**=**

**Z**


**X**


**opn**



**Y**


**=**

**Z**


**opn**

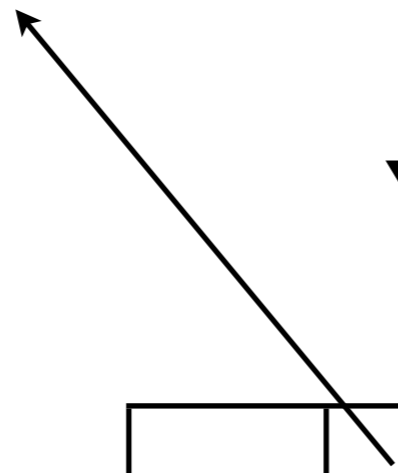
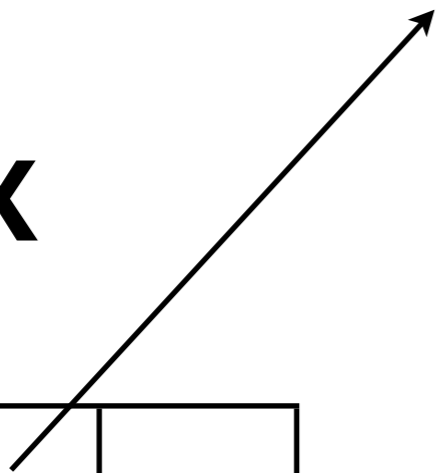
**X**

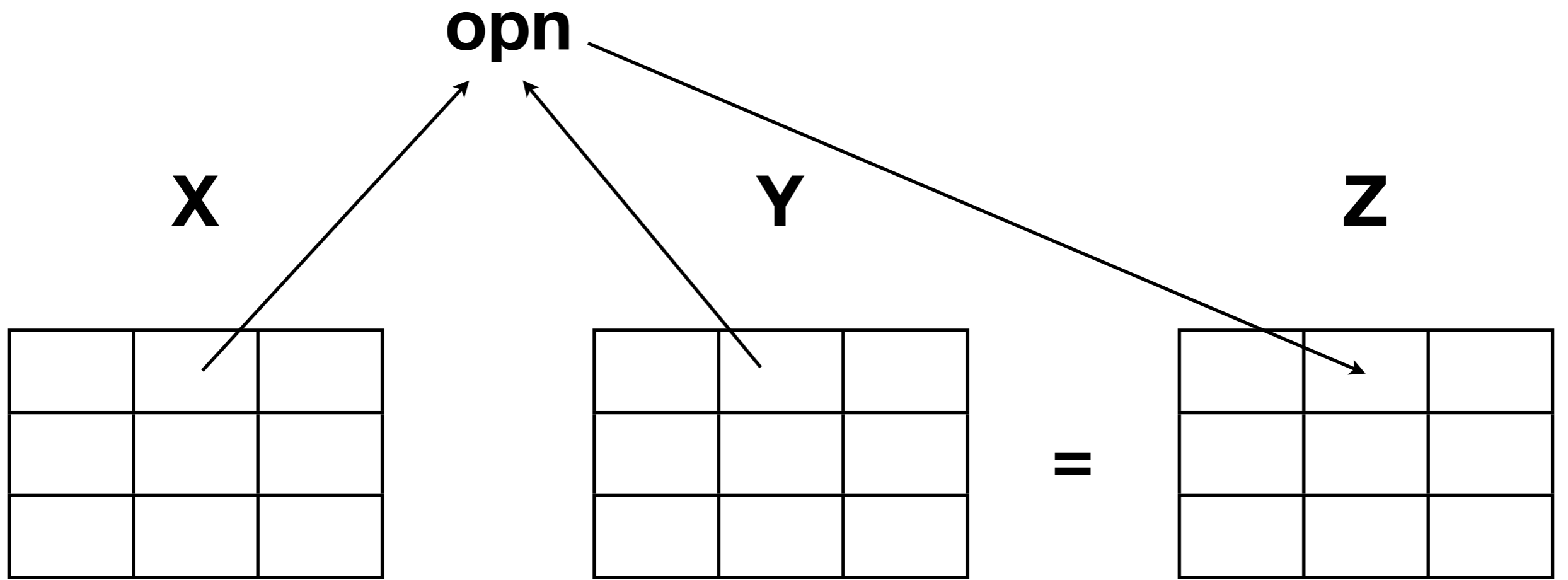
**Y**

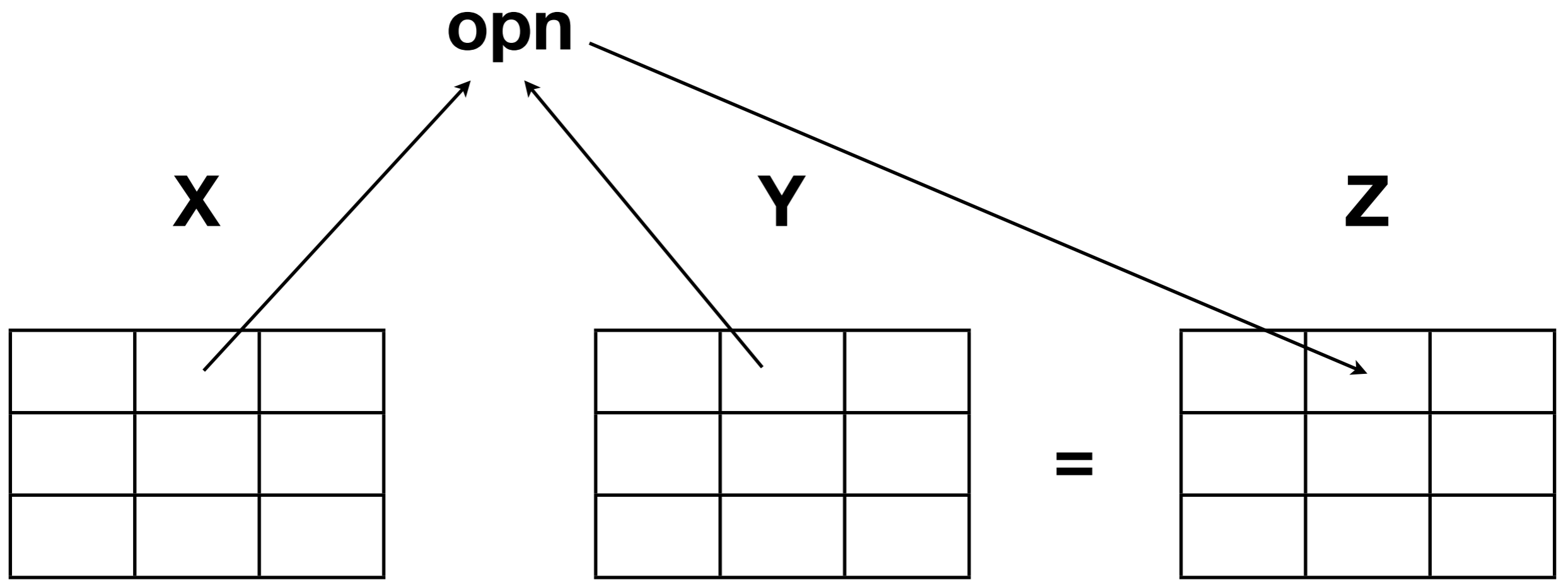
**Z**



**=**





# Operação Pontual



# Operações Aritméticas

---

- No caso de operações aritméticas podem problemas chamados de “overflow” e “underflow”.
- A adição de duas imagens com 256 tons de cinza (0 - 255) pode resultar em um número maior que 255 (*overflow*) para alguns pixels, ao passo que a subtração pode gerar valores negativos (*underflow*).
- A solução destas situações pode ser implementada em dois processos distintos chamados ***normalização*** e ***truncamento***.
- A decisão de que processo utilizar depende do objetivo desejado ao se realizar a operação aritmética.

# Normalização e Truncamento

---

- Dadas duas matrizes, que são cada uma um pedaço de uma imagem maior que possui 256 tons de cinza cada uma. Se o operador for a adição teremos a seguinte situação:

**X**

200	100	100
0	10	50
50	250	120

**Y**

100	220	230
45	95	120
205	100	0

=

# Normalização e Truncamento

---

- Dadas duas matrizes, que são cada uma um pedaço de uma imagem maior que possui 256 tons de cinza cada uma. Se o operador for a adição teremos a seguinte situação:

$$\begin{array}{c} \mathbf{X} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 200 & 100 & 100 \\ \hline 0 & 10 & 50 \\ \hline 50 & 250 & 120 \\ \hline \end{array} \end{array} + \begin{array}{c} \mathbf{Y} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 100 & 220 & 230 \\ \hline 45 & 95 & 120 \\ \hline 205 & 100 & 0 \\ \hline \end{array} \end{array} =$$

# Normalização e Truncamento

---

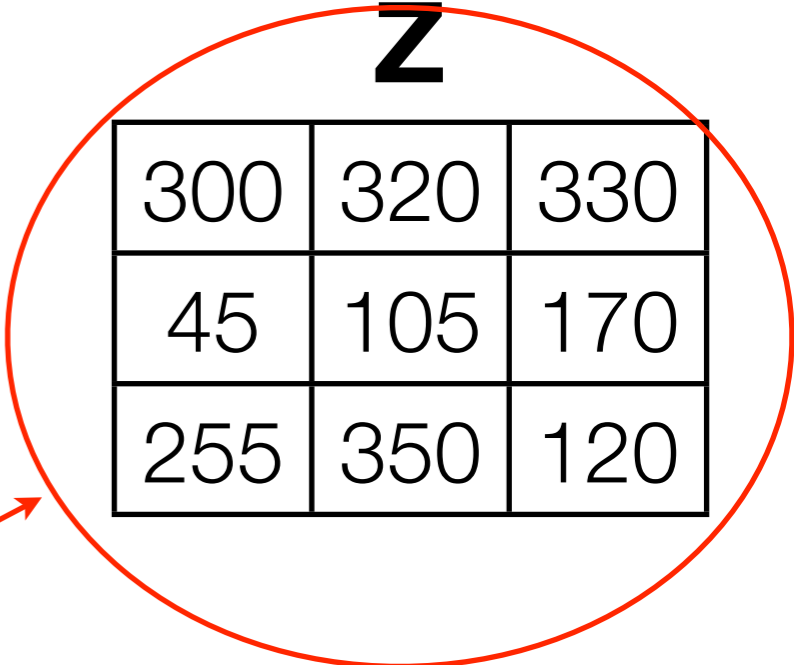
- Dadas duas matrizes, que são cada uma um pedaço de uma imagem maior que possui 256 tons de cinza cada uma. Se o operador for a adição teremos a seguinte situação:

$$\begin{array}{c} \mathbf{X} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 200 & 100 & 100 \\ \hline 0 & 10 & 50 \\ \hline 50 & 250 & 120 \\ \hline \end{array} \end{array} + \begin{array}{c} \mathbf{Y} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 100 & 220 & 230 \\ \hline 45 & 95 & 120 \\ \hline 205 & 100 & 0 \\ \hline \end{array} \end{array} = \begin{array}{c} \mathbf{Z} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 300 & 320 & 330 \\ \hline 45 & 105 & 170 \\ \hline 255 & 350 & 120 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

# Normalização e Truncamento

- Dadas duas matrizes, que são cada uma um pedaço de uma imagem maior que possui 256 tons de cinza cada uma. Se o operador for a adição teremos a seguinte situação:

<b>X</b>				<b>Y</b>				<b>Z</b>		
200	100	100	+	100	220	230	=	300	320	330
0	10	50		45	95	120		45	105	170
50	250	120		205	100	0		255	350	120



Valor Real ou Intermediário

# Normalização e Truncamento

---

- Dadas duas matrizes, que são cada uma um pedaço de uma imagem maior que possui 256 tons de cinza cada uma. Se o operador for a adição teremos a seguinte situação:

$$\begin{array}{c} \mathbf{X} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 200 & 100 & 100 \\ \hline 0 & 10 & 50 \\ \hline 50 & 250 & 120 \\ \hline \end{array} \end{array} + \begin{array}{c} \mathbf{Y} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 100 & 220 & 230 \\ \hline 45 & 95 & 120 \\ \hline 205 & 100 & 0 \\ \hline \end{array} \end{array} = \begin{array}{c} \mathbf{Z} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 300 & 320 & 330 \\ \hline 45 & 105 & 170 \\ \hline 255 & 350 & 120 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

# Normalização

---

- Seja  $f$  o valor do pixel da imagem intermediária (45 - 350) e  $g$  o novo valor do pixel da imagem  $Z$  (0 -255) normalizada, aplicamos a função  $G$  em  $Z$ :

# Normalização

---

- Seja  $f$  o valor do pixel da imagem intermediária (45 - 350) e  $g$  o novo valor do pixel da imagem  $Z$  (0 - 255) normalizada, aplicamos a função  $G$  em  $Z$ :

$$G_{mn} = \frac{G_{\max}}{f_{\max} - f_{\min}} (f_i - f_{\min})$$



# Normalização

---

- Seja  $f$  o valor do pixel da imagem intermediária (45 - 350) e  $g$  o novo valor do pixel da imagem  $Z$  (0 -255) normalizada, aplicamos a função  $G$  em  $Z$ :

$$G_{mn} = \frac{G_{\max}}{f_{\max} - f_{\min}} (f_i - f_{\min})$$

**escala**

**min max**

**Z** 45 350

**G** 0 255

# Normalização

---

- Seja  $f$  o valor do pixel da imagem intermediária (45 - 350) e  $g$  o novo valor do pixel da imagem  $Z$  (0 -255) normalizada, aplicamos a função  $G$  em  $Z$ :

$$G_{mn} = \frac{G_{\max}}{f_{\max} - f_{\min}} (f_i - f_{\min})$$

**escala**

**min max**

**Z** 45 350

**G** 0 255

**Z**

300	320	330
45	105	170
255	350	120

# Normalização

---

- Seja  $f$  o valor do pixel da imagem intermediária (45 - 350) e  $g$  o novo valor do pixel da imagem  $Z$  (0 -255) normalizada, aplicamos a função  $G$  em  $Z$ :

$$G_{mn} = \frac{G_{\max}}{f_{\max} - f_{\min}} (f_i - f_{\min})$$

**escala**

**min max**

**Z** 45 350

**G** 0 255

**Z**

300	320	330
45	105	170
255	350	120

**opn =**

# Normalização

- Seja  $f$  o valor do pixel da imagem intermediária (45 - 350) e  $g$  o novo valor do pixel da imagem  $Z$  (0 -255) normalizada, aplicamos a função  $G$  em  $Z$ :

$$G_{mn} = \frac{G_{\max}}{f_{\max} - f_{\min}} (f_i - f_{\min})$$

**escala**

**min max**

**Z** 45 350

**G** 0 255

**Z**

300	320	330
45	105	170
255	350	120

**opn =**

**G**

213	230	238
0	50	105
175	255	63

# Truncamento

---

- Para o truncamento, os valores de **Z** (45 - 350) acima do maior valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo maior valor da escala de **G** e os valores de **Z** (45 - 350) abaixo do menor valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo menor valor da escala de **G**:

# Truncamento

---

- Para o truncamento, os valores de **Z** (45 - 350) acima do maior valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo maior valor da escala de **G** e os valores de **Z** (45 - 350) abaixo do menor valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo menor valor da escala de **G**:

**Se  $z_{mn} > \text{máximo de } G_{mn}$  então  $G_{mn} = \text{máximo de } G_{mn}$**

**Se  $z_{mn} < \text{mínimo de } G_{mn}$  então  $G_{mn} = \text{mínimo de } G_{mn}$**

# Truncamento

---

- Para o truncamento, os valores de **Z** (45 - 350) acima do maior valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo maior valor da escala de **G** e os valores de **Z** (45 - 350) abaixo do menor valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo menor valor da escala de **G**:

**Se  $z_{mn} > \text{máximo de } G_{mn}$  então  $G_{mn} = \text{máximo de } G_{mn}$**

**Se  $z_{mn} < \text{mínimo de } G_{mn}$  então  $G_{mn} = \text{mínimo de } G_{mn}$**

	<b>escala</b>	
	<b>min</b>	<b>max</b>
<b>Z</b>	45	350
<b>G</b>	0	255

# Truncamento

---

- Para o truncamento, os valores de **Z** (45 - 350) acima do maior valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo maior valor da escala de **G** e os valores de **Z** (45 - 350) abaixo do menor valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo menor valor da escala de **G**:

Se  $z_{mn} > \text{máximo de } G_{mn}$  então  $G_{mn} = \text{máximo de } G_{mn}$

Se  $z_{mn} < \text{mínimo de } G_{mn}$  então  $G_{mn} = \text{mínimo de } G_{mn}$

**escala**

**min max**

**Z** 45 350

**G** 0 255

**Z**

300	320	330
45	105	170
255	350	120



# Truncamento

- Para o truncamento, os valores de **Z** (45 - 350) acima do maior valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo maior valor da escala de **G** e os valores de **Z** (45 - 350) abaixo do menor valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo menor valor da escala de **G**:

Se  $z_{mn} > \text{máximo de } G_{mn}$  então  $G_{mn} = \text{máximo de } G_{mn}$   
Se  $z_{mn} < \text{mínimo de } G_{mn}$  então  $G_{mn} = \text{mínimo de } G_{mn}$

**escala**

**min max**

**Z** 45 350

**G** 0 255

**Z**

300	320	330
45	105	170
255	350	120

**opn =**

# Truncamento

- Para o truncamento, os valores de **Z** (45 - 350) acima do maior valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo maior valor da escala de **G** e os valores de **Z** (45 - 350) abaixo do menor valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo menor valor da escala de **G**:

Se  $z_{mn} > \text{máximo de } G_{mn}$  então  $G_{mn} = \text{máximo de } G_{mn}$

Se  $z_{mn} < \text{mínimo de } G_{mn}$  então  $G_{mn} = \text{mínimo de } G_{mn}$

**escala**

**min max**

**Z** 45 350

**G** 0 255

**Z**

300	320	330
45	105	170
255	350	120

**opn =**

**G**

255	255	255
45	105	170
255	255	120

# Efeitos das Aplicações das Operações Aritméticas

- Sejam dadas as imagens  $X$  e  $Y$  e o resultado de sua operação aritmética seja  $Z$ .

OPERAÇÃO	EFEITO	APLICAÇÕES
ADIÇÃO	$Z$ é o resultado da soma entre $X_{i,j}$ e $Y_{i,j}$ . Se $X$ ou $Y$ for um escalar positivo $Z$ será mais claro	Normalização de brilho* e remoção de ruídos
SUBTRAÇÃO	$Z$ é o resultado da subtração entre $X_{i,j}$ e $Y_{i,j}$ . Se $X$ ou $Y$ for um escalar positivo $Z$ será mais escuro	Deteção de diferenças
MULTIPLICAÇÃO	$Z$ é o resultado da multiplicação entre $X_{i,j}$ e $Y_{i,j}$ . Se $X$ ou $Y$ for um escalar positivo, os valores de intensidade de $Z$ serão diretamente proporcionais a $X$ por um fator $Y$	Calibração** de Brilho
DIVISÃO	$Z$ é o resultado da divisão entre $X_{i,j}$ e $Y_{i,j}$ . Se $X$ ou $Y$ for um escalar positivo, os valores de intensidade de $Z$ serão inversamente proporcionais a $X$ por um fator $Y$	Normalização de brilho

\* A normalização de brilho é a adequação da faixa de tons de cinza em um intervalo pré-definido.

\*\* Calibração de brilho se baseia na adequação de diferentes valores de luminância.