



Operações Aritméticas

Pixel a Pixel

Operações Aritméticas

- Como imagens são entes matemáticos e podem ser manipulados numericamente, utilizando operações lógicas e aritméticas.
- Estas operações podem ser realizadas pixel a pixel ou orientadas pela vizinhança.
- Por ora vamos estudar o caso pixel a pixel. Esta operação pode ser descrita por:

$$\mathbf{X} \text{ opn } \mathbf{Y} = \mathbf{Z}$$

- onde **X** e **Y** podem ser imagens (matrizes) ou escalares e **Z** é obrigatoriamente uma matriz. **opn** é um operador aritmético (+, -, **x**, /) ou lógicos (**AND**, **OR**, **XOR**, **NOT**).

Operações Aritméticas

- Sejam duas imagens X e Y de igual tamanho. Estas imagens podem ser processadas pixel a pixel, isto é, o processamento é feito sequencialmente em cada um dos pixels das duas imagens. Esta operação ou processamento é realizada através de um operador lógico ou aritmético, produzindo uma terceira imagem Z , cujos elementos resultantes correspondem a cada X opn Y para cada elemento de X e Y (onde m e n são sempre iguais):

$$\mathbf{X_{11} \text{ opn } Y_{11} = Z_{11}}$$

$$\mathbf{X_{12} \text{ opn } Y_{12} = Z_{12}}$$

·
·
·

$$\mathbf{X_{mn} \text{ opn } Y_{mn} = Z_{mn}}$$

opn

X

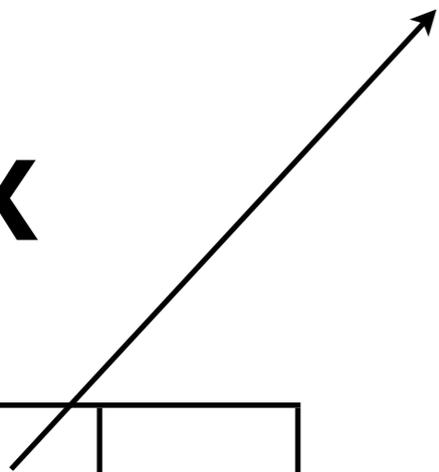
Y

Z

=

X

opn



Y

=

Z

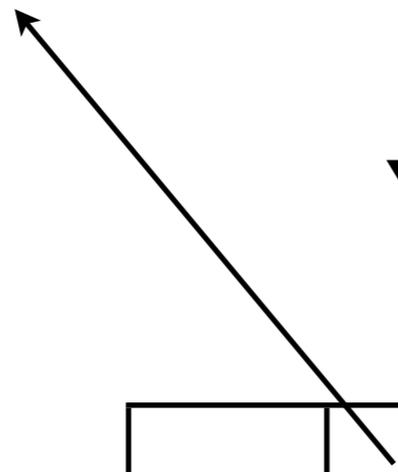
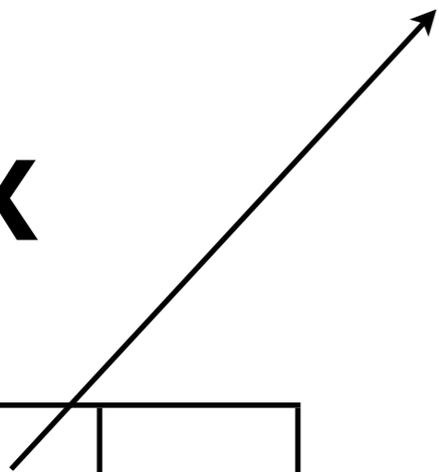
opn

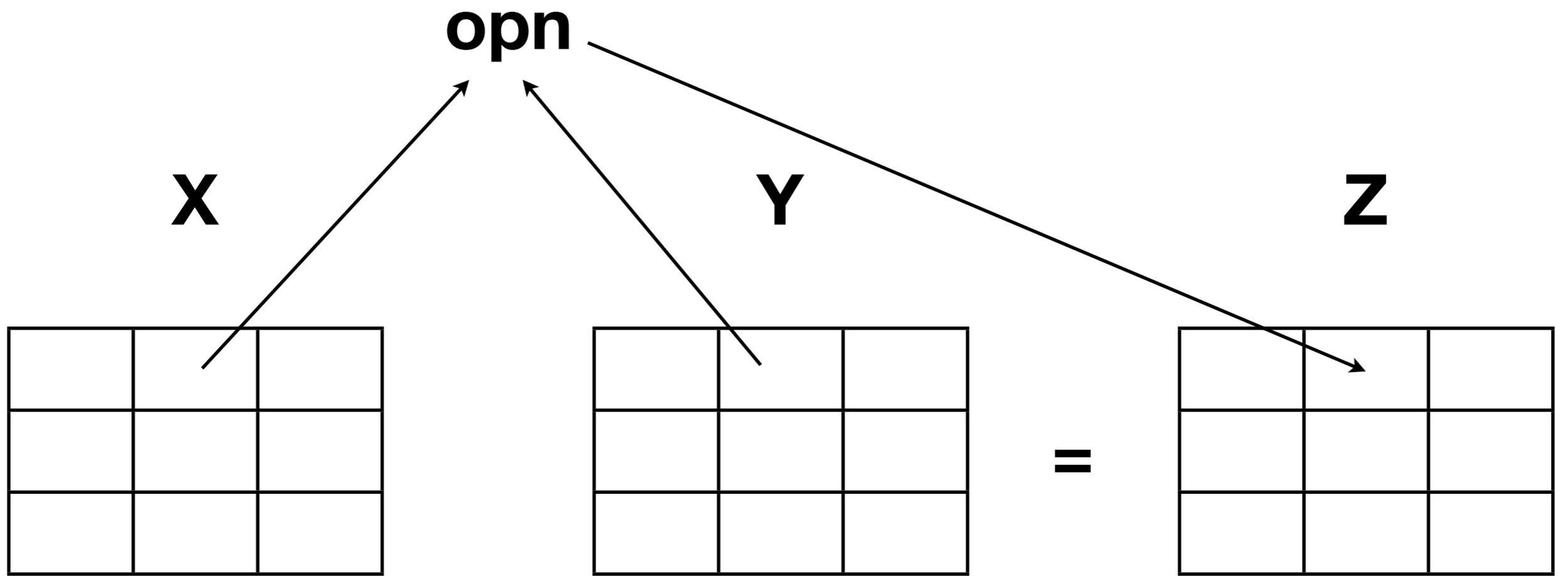
X

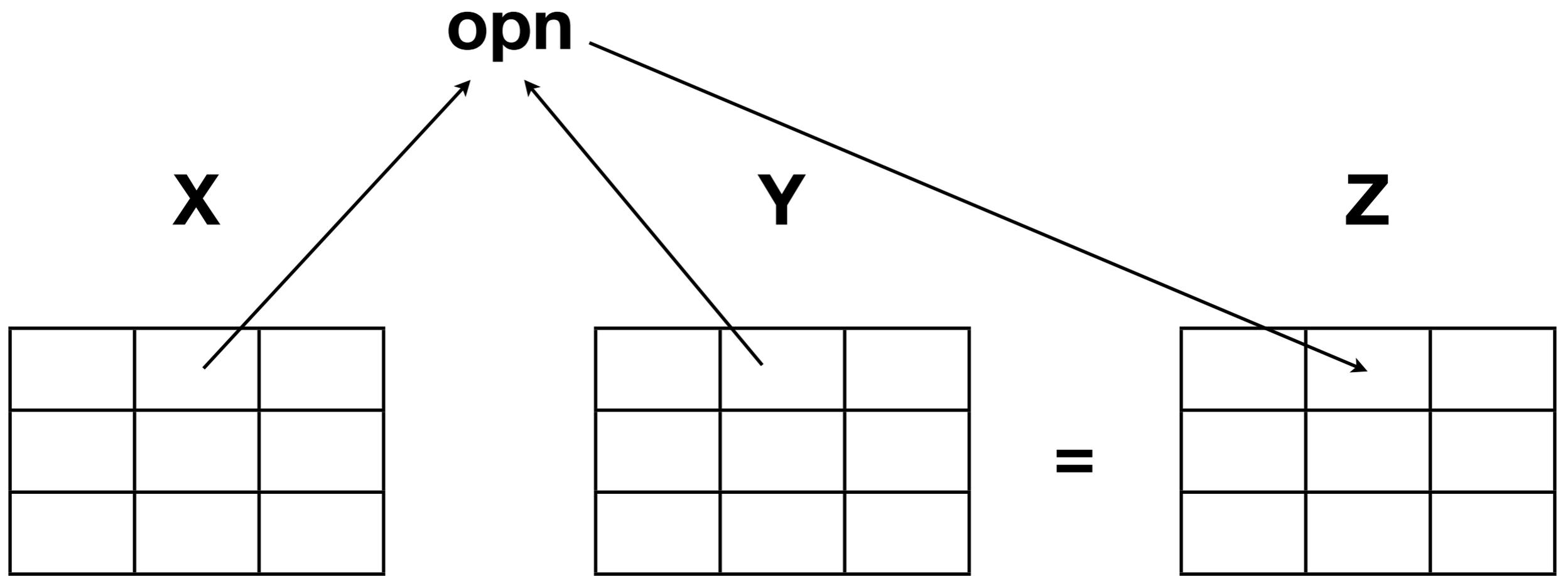
Y

Z

=







Operação Pontual

Operações Aritméticas

- No caso de operações aritméticas podem problemas chamados de “overflow” e “underflow”.
- A adição de duas imagens com 256 tons de cinza (0 - 255) pode resultar em um número maior que 255 (*overflow*) para alguns pixels, ao passo que a subtração pode gerar valores negativos (*underflow*).
- A solução destas situações pode ser implementada em dois processos distintos chamados ***normalização*** e ***truncamento***.
- A decisão de que processo utilizar depende do objetivo desejado ao se realizar a operação aritmética.

Normalização e Truncamento

- Dadas duas matrizes, que são cada uma um pedaço de uma imagem maior que possui 256 tons de cinza cada uma. Se o operador for a adição teremos a seguinte situação:

X

200	100	100
0	10	50
50	250	120

Y

100	220	230
45	95	120
205	100	0

=

Normalização e Truncamento

- Dadas duas matrizes, que são cada uma um pedaço de uma imagem maior que possui 256 tons de cinza cada uma. Se o operador for a adição teremos a seguinte situação:

$$\begin{array}{c} \mathbf{X} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 200 & 100 & 100 \\ \hline 0 & 10 & 50 \\ \hline 50 & 250 & 120 \\ \hline \end{array} \end{array} + \begin{array}{c} \mathbf{Y} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 100 & 220 & 230 \\ \hline 45 & 95 & 120 \\ \hline 205 & 100 & 0 \\ \hline \end{array} \end{array} =$$

Normalização e Truncamento

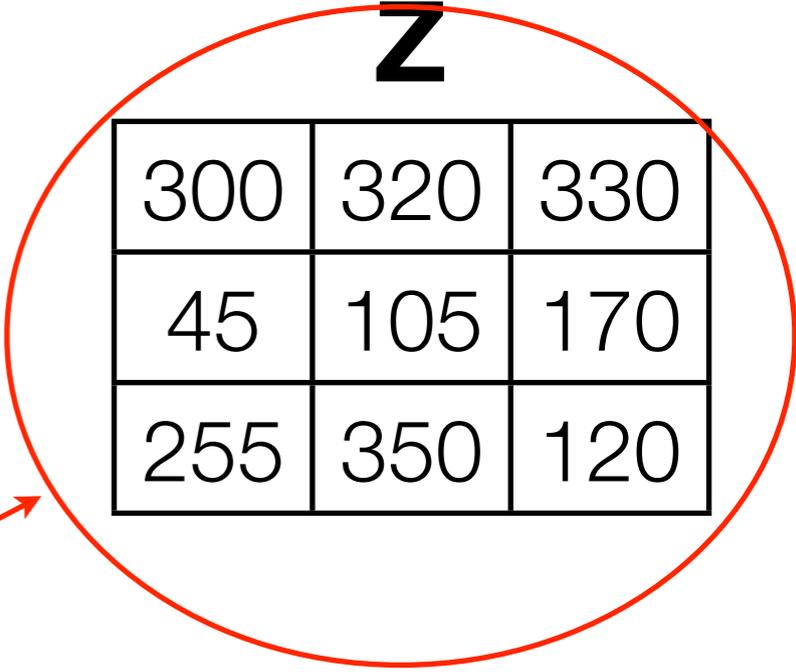
- Dadas duas matrizes, que são cada uma um pedaço de uma imagem maior que possui 256 tons de cinza cada uma. Se o operador for a adição teremos a seguinte situação:

$$\begin{array}{c} \mathbf{X} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 200 & 100 & 100 \\ \hline 0 & 10 & 50 \\ \hline 50 & 250 & 120 \\ \hline \end{array} \end{array} + \begin{array}{c} \mathbf{Y} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 100 & 220 & 230 \\ \hline 45 & 95 & 120 \\ \hline 205 & 100 & 0 \\ \hline \end{array} \end{array} = \begin{array}{c} \mathbf{Z} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 300 & 320 & 330 \\ \hline 45 & 105 & 170 \\ \hline 255 & 350 & 120 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Normalização e Truncamento

- Dadas duas matrizes, que são cada uma um pedaço de uma imagem maior que possui 256 tons de cinza cada uma. Se o operador for a adição teremos a seguinte situação:

X				Y				Z		
200	100	100	+	100	220	230	=	300	320	330
0	10	50		45	95	120		45	105	170
50	250	120		205	100	0		255	350	120



Valor Real ou Intermediário

Normalização e Truncamento

- Dadas duas matrizes, que são cada uma um pedaço de uma imagem maior que possui 256 tons de cinza cada uma. Se o operador for a adição teremos a seguinte situação:

$$\begin{array}{c} \mathbf{X} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 200 & 100 & 100 \\ \hline 0 & 10 & 50 \\ \hline 50 & 250 & 120 \\ \hline \end{array} \end{array} + \begin{array}{c} \mathbf{Y} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 100 & 220 & 230 \\ \hline 45 & 95 & 120 \\ \hline 205 & 100 & 0 \\ \hline \end{array} \end{array} = \begin{array}{c} \mathbf{Z} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 300 & 320 & 330 \\ \hline 45 & 105 & 170 \\ \hline 255 & 350 & 120 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Normalização

- Seja f o valor do pixel da imagem intermediária (45 - 350) e g o novo valor do pixel da imagem Z (0 -255) normalizada, aplicamos a função G em Z :

Normalização

- Seja f o valor do pixel da imagem intermediária (45 - 350) e g o novo valor do pixel da imagem Z (0 -255) normalizada, aplicamos a função G em Z :

$$G_{mn} = \frac{G_{\max}}{f_{\max} - f_{\min}} (f_i - f_{\min})$$

Normalização

- Seja f o valor do pixel da imagem intermediária (45 - 350) e g o novo valor do pixel da imagem Z (0 -255) normalizada, aplicamos a função G em Z :

$$G_{mn} = \frac{G_{\max}}{f_{\max} - f_{\min}} (f_i - f_{\min})$$

escala

min max

Z 45 350

G 0 255

Normalização

- Seja f o valor do pixel da imagem intermediária (45 - 350) e g o novo valor do pixel da imagem Z (0 -255) normalizada, aplicamos a função G em Z :

$$G_{mn} = \frac{G_{\max}}{f_{\max} - f_{\min}} (f_i - f_{\min})$$

escala

min max

Z 45 350

G 0 255

Z

300	320	330
45	105	170
255	350	120

Normalização

- Seja f o valor do pixel da imagem intermediária (45 - 350) e g o novo valor do pixel da imagem Z (0 -255) normalizada, aplicamos a função G em Z :

$$G_{mn} = \frac{G_{\max}}{f_{\max} - f_{\min}} (f_i - f_{\min})$$

escala

min max

Z 45 350

G 0 255

Z

300	320	330
45	105	170
255	350	120

opn =

Normalização

- Seja f o valor do pixel da imagem intermediária (45 - 350) e g o novo valor do pixel da imagem Z (0 -255) normalizada, aplicamos a função G em Z :

$$G_{mn} = \frac{G_{\max}}{f_{\max} - f_{\min}} (f_i - f_{\min})$$

escala

min max

Z 45 350

G 0 255

Z

300	320	330
45	105	170
255	350	120

G

213	230	238
0	50	105
175	255	63

opn =

Truncamento

- Para o truncamento, os valores de **Z** (45 - 350) acima do maior valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo maior valor da escala de **G** e os valores de **Z** (45 - 350) abaixo do menor valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo menor valor da escala de **G**:

Truncamento

- Para o truncamento, os valores de **Z** (45 - 350) acima do maior valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo maior valor da escala de **G** e os valores de **Z** (45 - 350) abaixo do menor valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo menor valor da escala de **G**:

Se $z_{mn} > \text{máximo de } G_{mn}$ então $G_{mn} = \text{máximo de } G_{mn}$

Se $z_{mn} < \text{mínimo de } G_{mn}$ então $G_{mn} = \text{mínimo de } G_{mn}$

Truncamento

- Para o truncamento, os valores de **Z** (45 - 350) acima do maior valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo maior valor da escala de **G** e os valores de **Z** (45 - 350) abaixo do menor valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo menor valor da escala de **G**:

Se $z_{mn} > \text{máximo de } G_{mn}$ então $G_{mn} = \text{máximo de } G_{mn}$

Se $z_{mn} < \text{mínimo de } G_{mn}$ então $G_{mn} = \text{mínimo de } G_{mn}$

	escala	
	min	max
Z	45	350
G	0	255

Truncamento

- Para o truncamento, os valores de **Z** (45 - 350) acima do maior valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo maior valor da escala de **G** e os valores de **Z** (45 - 350) abaixo do menor valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo menor valor da escala de **G**:

Se $z_{mn} > \text{máximo de } G_{mn}$ então $G_{mn} = \text{máximo de } G_{mn}$

Se $z_{mn} < \text{mínimo de } G_{mn}$ então $G_{mn} = \text{mínimo de } G_{mn}$

escala

min max

Z 45 350

G 0 255

Z

300	320	330
45	105	170
255	350	120

Truncamento

- Para o truncamento, os valores de **Z** (45 - 350) acima do maior valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo maior valor da escala de **G** e os valores de **Z** (45 - 350) abaixo do menor valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo menor valor da escala de **G**:

Se $z_{mn} > \text{máximo de } G_{mn}$ então $G_{mn} = \text{máximo de } G_{mn}$
Se $z_{mn} < \text{mínimo de } G_{mn}$ então $G_{mn} = \text{mínimo de } G_{mn}$

escala

min max

Z 45 350

G 0 255

Z

300	320	330
45	105	170
255	350	120

opn =

Truncamento

- Para o truncamento, os valores de **Z** (45 - 350) acima do maior valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo maior valor da escala de **G** e os valores de **Z** (45 - 350) abaixo do menor valor da escala de **G** (0 - 255) são substituídos pelo menor valor da escala de **G**:

Se $z_{mn} > \text{máximo de } G_{mn}$ então $G_{mn} = \text{máximo de } G_{mn}$

Se $z_{mn} < \text{mínimo de } G_{mn}$ então $G_{mn} = \text{mínimo de } G_{mn}$

escala

min max

Z 45 350

G 0 255

Z

300	320	330
45	105	170
255	350	120

opn =

G

255	255	255
45	105	170
255	255	120

Efeitos das Aplicações das Operações Aritméticas

- Sejam dadas as imagens X e Y e o resultado de sua operação aritmética seja Z .

OPERAÇÃO	EFEITO	APLICAÇÕES
ADIÇÃO	Z é o resultado da soma entre $X_{i,j}$ e $Y_{i,j}$. Se X ou Y for um escalar positivo Z será mais claro	Normalização de brilho* e remoção de ruídos
SUBTRAÇÃO	Z é o resultado da subtração entre $X_{i,j}$ e $Y_{i,j}$. Se X ou Y for um escalar positivo Z será mais escuro	Detecção de diferenças
MULTIPLICAÇÃO	Z é o resultado da multiplicação entre $X_{i,j}$ e $Y_{i,j}$. Se X ou Y for um escalar positivo, os valores de intensidade de Z serão diretamente proporcionais a X por um fator Y	Calibração** de Brilho
DIVISÃO	Z é o resultado da divisão entre $X_{i,j}$ e $Y_{i,j}$. Se X ou Y for um escalar positivo, os valores de intensidade de Z serão inversamente proporcionais a X por um fator Y	Normalização de brilho

* A normalização de brilho é a adequação da faixa de tons de cinza em um intervalo pré-definido.

** Calibração de brilho se baseia na adequação de diferentes valores de luminância.