- **Operações Aritméticas Orientadas à Vizinhanças**
- **Filtragem no Domínio Espacial (Máscaras)**
- **Máscaras de suavização (média e mediana) e aguçamento (laplaciano)**
- **Correlação x Convolução**

FILTRAGEM DE IMAGEM NO DOMÍNIO ESPACIAL (Operações aritméticas orientadas à vizinhança)

Diferentemente do que vimos no módulo anterior, onde todos os pixels de uma imagem $f(x,y)$ eram transformados segundo uma função T modelada sob a forma de uma CURVA DE TONS (gráfico de f contra g), sem dependerem do valor de pixels adjacentes, nas OPERAÇÕES ARITMÉTICAS ORIENTADAS À VIZINHANÇA cada pixels da imagem será modificado segundo seu próprio valor e em função dos valores dos pixels adjacentes. O resultado será armazenado em uma nova imagem $g(x,y)$.

O termo DOMÍNIO ESPACIAL refere-se ao próprio conjunto de pixels que compõem e imagem, ou seja, a própria $f(x,y)$.

Esse tipo de operação consiste na aplicação de uma máscara (matriz de pequena dimensão) como elemento estruturante da vizinhança de um dado pixel. As **operações de arranjo matricial** envolvidas são a CORRELAÇÃO e a CONVOLUÇÃO. A correlação consiste em mover a máscara pela imagem e calcular a soma dos produtos em cada posição. A convolução funciona da mesma forma, exceto que a mascara é rotacionada de 180°. Em termos matemáticos, a correlação de uma máscara M(x, y) de tamanho m x n com uma imagem f(x, y) é dada pela equação:

$$g(x,y) = M(x,y) \circ f(x,y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} M(s,t) f(x+s, y+t)$$

onde a = (m-1)/2 e b = (n-1)/2. Já a convolução é dada pela equação:

$$g(x,y) = M(x,y) \bullet f(x,y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} M(s,t) f(x-s, y-t)$$

Como um primeiro exemplo, consideremos uma máscara 3 x 3 onde todos os elementos sejam iguais a 1/9 (0,1111...)

$$M = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

Conforme a primeira equação acima (correlação de um arranjo matricial) podemos escrever:

$$\begin{aligned} g(x,y) = {} & M(-1,-1)f(x-1,y-1) + M(0,-1)f(x,y-1) + M(1,-1)f(x+1,y-1) \\ & + M(-1,0)f(x,y-1) + M(0,0)f(x,y) + M(1,0)f(x,y+1) \\ & + M(-1,1)f(x-1,y+1) + M(0,1)f(x,y+1) + M(1,1)f(x+1,y+1) \end{aligned}$$

Ou seja:

$$g(x,y) = \left(\frac{1}{9}\right) f(x-1,y-1) + \left(\frac{1}{9}\right) f(x,y-1) + \left(\frac{1}{9}\right) f(x+1,y-1) + \left(\frac{1}{9}\right) f(x,y-1) + \left(\frac{1}{9}\right) f(x,y) + \left(\frac{1}{9}\right) f(x,y+1) + \left(\frac{1}{9}\right) f(x-1,y+1) + \left(\frac{1}{9}\right) f(x,y+1) + \left(\frac{1}{9}\right) f(x+1,y+1)$$

Ora, isso nada mais é do que calcular a média dos 9 pixels (valor do pixels central $f(x,y)$, e de seus oito vizinhos) e substituir na posição correspondente em $g(x,y)$. Por essa razão, a máscara representada acima é denominada MASCARA DE MÉDIA.

Repetindo a operação para todos os valores de $f(x, y)$ obteremos uma nova imagem $g(x,y)$ (Figura 1).

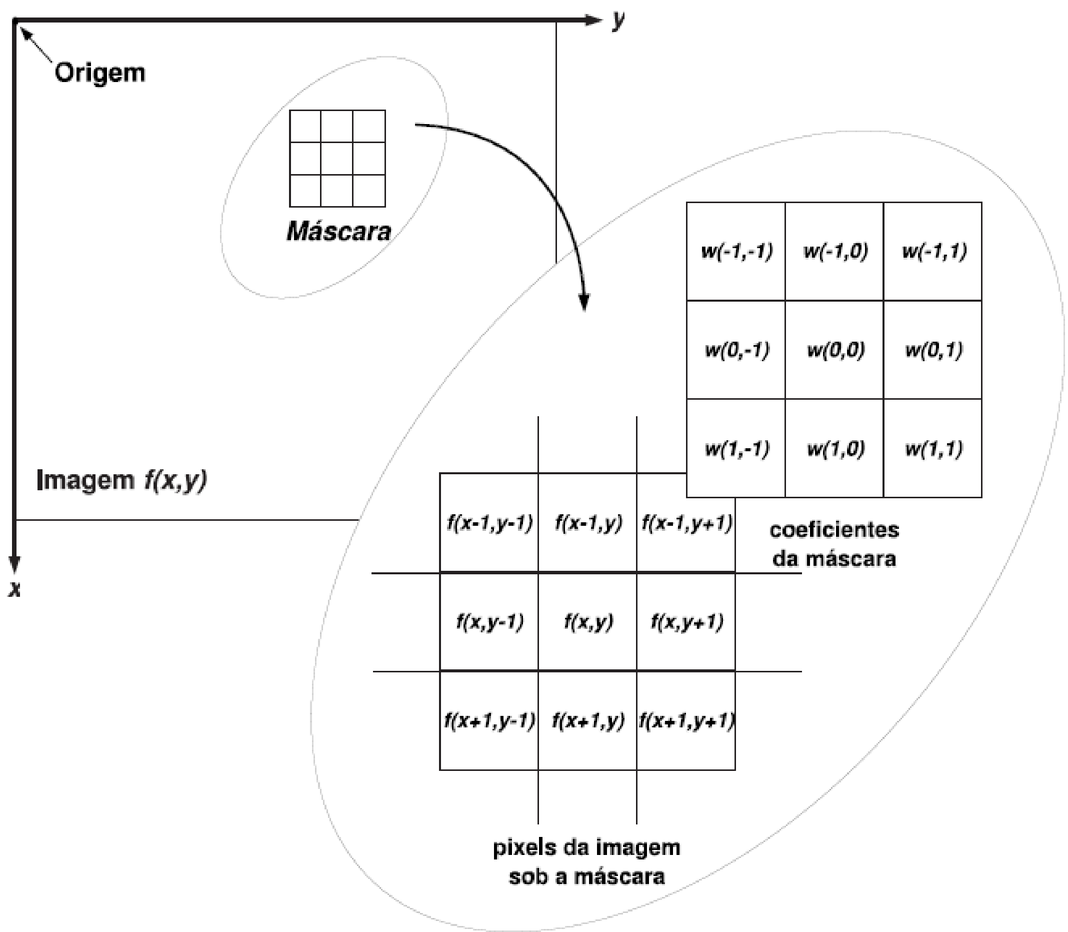

Figura 1. Funcionamento da filtragem espacial linear utilizando uma máscara 3 x 3. A forma escolhida para expressar as coordenadas dos coeficientes da máscara simplifica a escrita de expressões para filtragem linear (GONZALEZ, R. C. e WOODS, R. E. "Processamento Digital de Imagens", 3ª. Edição, São Paulo, Pearson, 2010, página 95.)

Em forma de PSEUDOCÓDIGO as duas operações (correlação e convolução) podem ser descritas como:

```
tipo f = matriz [0..numero_de_colunas-1, 0..numero_de_linhas-1] de inteiros;
tipo gCr = matriz [0..numero_de_colunas-1,0..numero_de_linhas-1] de inteiros;
tipo gCv = matriz [0..numero_de_colunas-1,0..numero_de_linhas-1] de inteiros;
tipo M = matriz [0..2,0..2] de real; // Mascara 3 x 3
inteiro X, Y, S, T;
```

```
// Máscara de média 3 x 3 (cada elemento vale 1/9)
para X de 0 até 2 passo 1 faça
  para Y de 0 até 2 passo 1 faça
    M[X,Y]=1/9;

// Calcula CORRELAÇÃO e CONVOLUÇÃO excluindo as bordas
para X de 1 até numero_de_colunas-2 passo 1 faça
  para Y de 1 até numero_de_linhas-2 passo 1 faça
    gCr[X,Y]=0;
    gCv[X,Y]=0;
    para S de -1 até 1 passo 1 faça
      para T de -1 até 1 passo 1 faça
        gCr[X,Y]= gCr[X,Y] + M[S+1,T+1]*f(X+S,Y+T);  // Correlação
        gCv[X,Y]= gCv[X,Y] + M[S+1,T+1]*f(X-S,Y-T);  // Convolução
      fimpara;
    fimpara;
  fimpara;
fimpara;
fim.
```

O efeito visual que a MASCARA DE MÉDIA produz sobre a imagem corresponde a de SUAVIZAÇÃO (*blurring*)

(a) (b) (c)

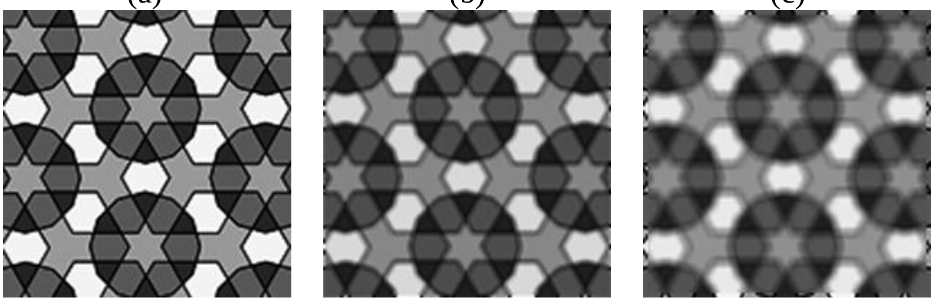

Figura 2. Resultado da aplicação da máscara de média simples. Da esquerda para a direita: imagem original, imagem resultante da aplicação de uma máscara de média 3 x 3, imagem resultante da aplicação de uma máscara 5 x 5. Observe o efeito de borda, particularmente notável na última figura.

ALGUNS FILTROS <u>LINEARES</u> 3 x 3 ÚTEIS:

FILTROS DE SUAVIZAÇÃO OU <u>PASSA-BAIXA</u>:

Filtro de Média $z_1 = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Filtro de Média ponderada (peso 2 no pixel central) $z_2 = \frac{1}{10}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Filtro Gaussiano $z_3 = \frac{1}{16}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

FILTROS DE AGUÇAMENTO, ÊNFASE OU PASSA-ALTA:

Ao contrário dos filtros de média, que suavizam (borram) a imagem, os filtros de aguçamento servem para detecção ou realce de bordas.

Filtros Gradiente ou Derivada de Imagens (Prewitt e Sobel) permitem a detecção de bordas. São aplicados em conjunto. Primeiro aplica-se um e depois o outro sobre a imagem original obtendo duas imagens distintas, com bordas realçadas, que são combinadas (somadas) posteriormente.

Prewitt Horizontal (realça/destaca linhas horizontais) $GP_H = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Prewitt Vertical (realça/destaca linhas verticais) $GP_V = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Sobel Horizontal (realça/destaca linhas horizontais) $GS_H = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Sobel Vertical (realça/destaca linhas verticais) $GS_V = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Filtro Laplaciano (derivada segunda da imagem). No operador laplaciano o coeficiente central tem o sinal oposto dos demais.

Laplaciano $GL_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ou $GL_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Laplaciano com termos diagonais $GLD_1 = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ ou $GLD_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Observe que, nas máscaras apresentadas logo acima, a SOMA DOS PESOS é nula. Outra diferença é que seu uso elas pode resultar em valores de pixels negativos ou acima do valor máximo. Nestes casos, é preciso normalizá-los ou simplesmente descartá-los (p.ex., se g(x,y) < 0 ➔ g(x,y) = 0).

As figuras 3 e 4, a seguir, exemplificam alguns dos filtros (máscaras) de aguçamento apresentados e seus resultados.

(a) (b) (c) (d)

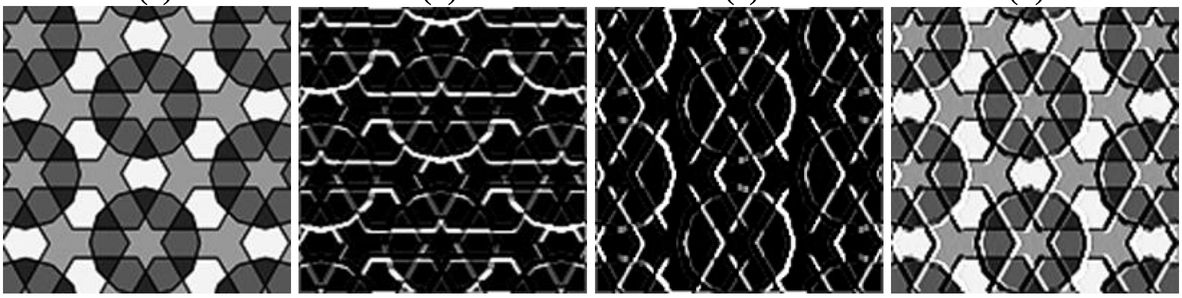

Figura 3. Resultado da aplicação das máscaras (filtros espaciais) de PREWITT. (a) imagem original, (b) Prewitt Horizontal, (c) Prewit Vertical e (d) uma curiosa aplicação de (a) + (c) produzindo um efeito de alto/baixo relevo.

(a) (b) (c) (d)

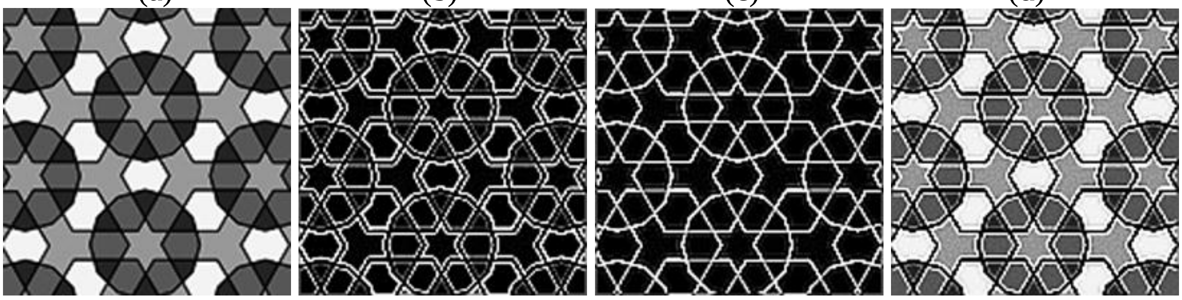

Figura 4. Resultado da aplicação do LAPLACIANO. (a) imagem original, (b) Laplaciano com termos diagonais e peso central positivo - GLD_1, (c) Laplaciano com termos diagonais e peso central negativo – GLD_2 e (d) aplicação de (a) - (c) produzindo um certo efeito de aguçamento da imagem.

Por fim, para ilustrar a complexidade que é a aplicação de máscaras, considere os seguintes passos, que irão resultar no que é conhecido como MASCARA DE NITIDEZ (*unsharp masking*) e MÁSCARA DE ALTO-REFORÇO (*high-boost*):

1. Borrar a imagem original, $f(x,y)$, com a aplicação de uma máscara de média, obtendo $g(x,y)$.
2. Subtrair a imagem borrada da imagem original, ou seja: $g(x,y) = f(x,y) - g(x,y)$ para todos os pixels (x,y). A imagem resultante é denominada MÁSCARA.
3. Somar a MÁSCARA, multiplicada por uma constante k, à imagem original: $g(x,y) = f(x,y) – k.g(x,y)$.

No passo 3, quando $k = 1$ o resultado $k.g(x,y)$ é a MÁSCARA DE NITIDEZ padrão. Quando $k > 1$ a máscara é denominada de ALTO-REFORÇO. Quando $k < 1$ o resultado será uma MÁSCARA DE NITIDEZ mais atenuada. A figura a seguir mostra o exemplo de aplicação de uma MÁSCAR DE NITIDEZ quando $k = 1$ e de ALTO-REFORÇO quando $k = 2$.

(a) (b) (c) (d)

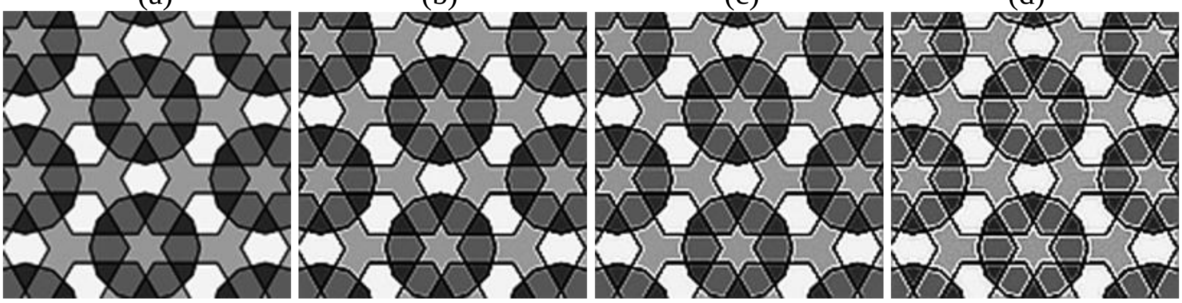

Figura 5. Resultado da aplicação das MÁSCARAS de (b) NITIDEZ ($k = 1$) e (b, c) ALTO-REFORÇO (com $k = 2$ e $k = 5$). (a) é a imagem original. Note que o resultado do ALTO-REFORÇO para k elevado é muito parecido com o aguçamento usando o LAPLACIANO.

FILTROS (MÁSCARAS) NÃO LINEARES OU DE ESTATÍSTICA DE ORDEM

As máscaras acima são consideradas MÁSCARAS ou FILTROS LINEARES, pois as operações de CORRELAÇÃO e CONVOLUÇÃO são operações LINEARES. Já os FILTROS DE ESTATÍSTICA DE ORDEM, como se baseiam na CLASSIFICAÇÃO, ou ORDENAÇÃO, dos pixels contidos na área da imagem coberta pela máscara, e não mais pela média ou quaisquer outras operações de arranjo matricial.

O mais conhecido filtro nesta categoria é o FILTRO DE MEDIANA (ou MÁSCARA DE MEDIANA). Apesar de também SUAVIZAR (ou BORRAR) a imagem, com no filtro de média, o filtro de MEDIANA é mais empregado na REMOÇÃO DE RUÍDOS ALEATÓRIOS que, porventura, ocorram na imagem original. Em particular, o filtro de mediana é bastante eficaz na remoção de um tipo de RUÍDO IMPULSIVO denominado SAL E PIMENTA (distribuição aleatória de pixels brancos, “sal” e pretos, “pimenta”).

A MEDIANA consiste no “elemento do meio” de uma amostra ordenada. Sendo assim, a aplicação da máscara de mediana consiste em:

1. Ordenar os valores de $f(x,y)$ e vizinhos contidos sob a cobertura da máscara centrada em (x,y).
2. Substituir o valor $f(x,y)$ pelo valor obtido de MEDIANA.

Por exemplo, se temos uma área de da imagem coberta pela máscara 3 x 3 com o valores:

0	2	5
4	9	2
3	6	3

O pixel central na imagem resultante (filtrada) será

_	_	_
_	3	_
_	_	_

Que é a MEDIANA da sequência ordenada: {0, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 6, 9}, sendo os demais valores de sua vizinhança determinados pelos sucessivos deslocamentos da máscara sobre a imagem original.

Na figura a seguir mostramos nossa imagem exemplo original “contaminada” com um RUÍDO IMPULSIVO tipo SAL E PIMENTA e depois filtrada com uma MÁSCARA DE MEDIANA.

(a) (b) (c)

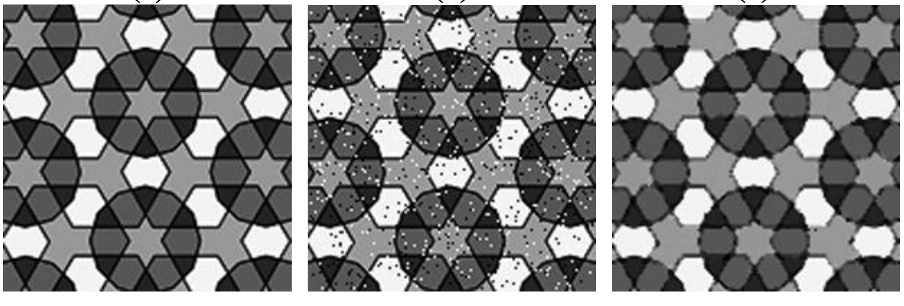

Figura 5. Resultado da aplicação da MÁSCARA de MEDIANA. (a) Imagem original. (b) Imagem original contaminada com ruído SAL E PIMENTA. (c) Imagem filtrada com a MASCARA DE MEDIANA 3 x 3.